Chapitre d'introduction : Mesures, unités et analyse dimensionnelle – Feuille d'exercices

Exercices d'application

1 Conversion d'unités usuelles

1. Masse volumique et volume massique

Donner la valeur de la masse volumique de l'eau liquide dans les unités suivantes : $\mathrm{kg.L^{-1}}$, $\mathrm{kg.m^{-3}}$, $\mathrm{g.m^{-3}}$, $\mathrm{g.L^{-1}}$, $\mathrm{g.dm^{-3}}$.

Donner la valeur du volume massique de l'eau liquide dans les unités suivantes : $\mathrm{L.kg^{-1}}$, $\mathrm{m^3.kg^{-1}}$, $\mathrm{m^3.g^{-1}}$, $\mathrm{L.g^{-1}}$.

2. Conversion de vitesse

Donner la valeur à deux chiffres significatifs de la vitesse de la lumière dans le vide dans les unités suivantes : $\mathrm{m.s^{-1}}$, $\mathrm{km.h^{-1}}$.

2 Dimension et unité de différentes grandeurs

Donner la dimension et l'unité SI des grandeurs suivantes : volume, masse volumique, vitesse, accélération, force, énergie, pression.

3 Homogénéité d'équations

Dire, à l'aide d'une analyse dimensionnelle rapide, pour chacune des expressions littérales suivantes, que : le résultat est susceptible d'être juste ou que le résultat est faux.

1. Hauteur maximale atteinte par un projectile de masse m lancé verticalement à la vitesse v, g étant l'accélération de la pesanteur :

$$h = \frac{mv^2}{g} \quad ; \quad h = \frac{v^2}{2g} \quad ; \quad h = \frac{v^2}{g}$$

2. Portée horizontale x du tir d'un projectile de masse m dont la vitesse initiale v fait un angle α avec l'horizontale :

$$x = \frac{mv^2 \sin 2\alpha}{2g} \quad ; \quad x = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{2g} \quad ; \quad x = \frac{v^2 \tan 2\alpha}{2g}$$

3. Altitude h d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre de rayon R, connaissant la période T et l'accélération de la pesanteur g au niveau du sol :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2R^2g}{4\pi^2}} - R \quad ; \quad h = \sqrt[3]{\frac{T^2R^2g}{4\pi^2}} - R \quad ;$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^4Rg^2}{4\pi^2}} - R$$

4 Dimension et unité de constantes fondamentales

L'énergie mécanique d'un satellite de masse m en orbite autour d'une planète de masse M à la distance r peut s'écrire :

$$E_m = \frac{1}{2} m \times \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{mC^2}{2r^2} - G\frac{Mm}{r}$$

Donner les dimensions des constantes C (constante des aires) et G (constante de gravitation universelle) ainsi que leur unité dans le système international.

5 Période d'un pendule simple

Soit un objet de masse m, attaché par un fil inélastique, de masse négligeable, de longueur ℓ, à un point fixe O dans l'espace. On sait que la seule force extérieure agissant sur le système {fil-masse} est son poids.

1. Exprimer, en fonction des paramètres du problème, la période du pendule précédemment décrit. En déduire un ordre de grandeur pour un pendule de taille raisonnable.
2. Comment variera la période du pendule si la longueur du fil passe de ℓ à 2ℓ ? $n\ell$?

Exercices d'entraînement

6 La poussée d'Archimède

La poussée d'Archimède est la force particulière que subit un corps plongé en tout ou en partie dans un fluide soumis à un champ de gravité. Cette force provient de l'augmentation de la pression du fluide : la pression étant plus forte sur la partie inférieure d'un objet immergé que sur sa partie supérieure, il en résulte une poussée globalement verticale orientée vers le haut. C'est à partir de cette poussée qu'on définit la flottabilité d'un corps. Expérimentalement on peut montrer que la poussée d'Archimède dépend du volume du corps immergé dans le fluide, du type de fluide utilisée (en particulier la masse volumique semble intervenir), et de l'accélération de la pesanteur.

A l'aide d'une analyse dimensionnelle déterminer une expression permettant de d'obtenir un ordre de grandeur de la poussée d'Archimède s'exerçant sur un corps.

7 Calcul d'ordres de grandeurs

Le but des différentes questions n'est pas de deviner la réponse, mais bien, grâce à quelques hypothèses extrêmement simples à chaque fois, de donner un ordre de grandeur de la valeur réelle. Une réponse à un facteur 10 d'erreur est considérée comme excellente !

1. Estimez le nombre de personnes que l'on peut placer dans la tribune d'un stade de football, sachant que le terrain mesure $100\ \mathrm{m} \times 75\ \mathrm{m}$.
2. Une manifestation a été mesurée comme faisant $2\ \mathrm{km}$ de long. Estimez le nombre de personnes qui y participaient.
3. Estimez le nombre d'atomes dans un morceau de craie (masse molaire de la craie $M_{\mathrm{craie}} \approx 20\ \mathrm{g.mol^{-1}}$). Comparez à la population terrestre.
4. Sachant qu'environ 2^{40} cellules vous composent, estimez l'ordre de grandeur de la taille d'une cellule. (on pourra utiliser l'approximation $2^{10} = 1024 \approx 10^3$). Sachant que la racine de chacun de vos cheveux est unicellulaire, combien de cheveux avez-vous sur la tête ?

8 Abus de langage des spectroscopistes

1. Quelle est l'unité usuelle d'une fréquence f ? L'exprimer avec les unités de base du système international.
2. En spectroscopie moléculaire, les fréquences de vibration moléculaire sont abusivement exprimées en $\mathrm{cm^{-1}}$ et non en hertz. On devrait alors parler plus rigoureusement de nombre d'onde σ caractéristique de la vibration. Les deux unités du nombre d'onde σ et de la fréquence f sont reliées par la vitesse de la lumière c ($c = 3.10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$). Par analyse dimensionnelle, déduire la relation entre σ, f et c. On admettra ici qu'aucun facteur numérique sans dimension n'est nécessaire.
3. Quelle fréquence exprimée en Hz correspond à $1\ \mathrm{cm^{-1}}$?

Pour préparer l'oral

9 Question ouverte : la cuisson d'une dinde

Une dinde de 1,5 kg est bien cuite en son centre après 20 minutes au four. Estimez le temps nécessaire pour obtenir le même résultat sur une dinde deux fois plus lourde.

Information : la diffusion de la chaleur dans un corps dépend du coefficient de diffusivité thermique de ce corps, D, en $\mathrm{m^2.s^{-1}}$.

Analyse de documents : Un secret nucléaire mal gardé

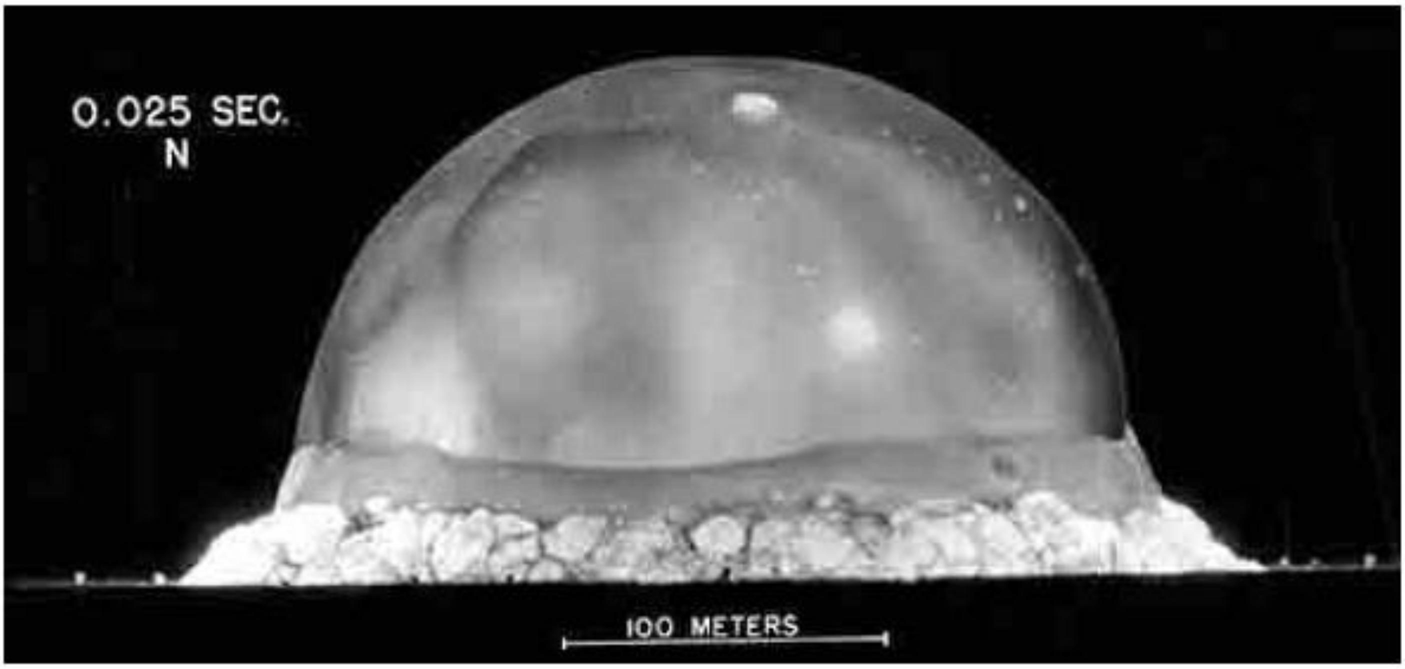
A l’aide des documents suivants expliquer la méthode de Taylor et déterminer une valeur numérique de l’énergie dégagée par cette explosion, en déduire la masse de plutonium contenue dans la bombe. En analysant l’ordre de grandeur obtenu et les documents, conclure quant à la validité du modèle.

Document 1 : Aspect historique

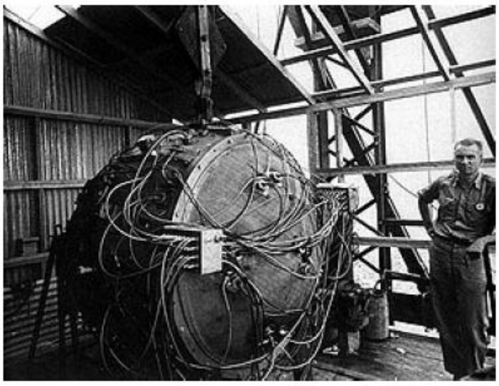
Durant la seconde guerre mondiale, G.I. Taylor et d’autres physiciens se sont évertués à décrire la terrible puissance des bombes nucléaires. Ce n’est que plus tard, en 1949, que le gouvernement américain déclassifie des images d’une explosion nucléaire au Nouveau Mexique. Ce test nucléaire appelé « Trinity Test », le 16 juillet 1945, était basé sur l’explosion d’une bombe au plutonium ^{239}Pu, surnommée « gadget ». Taylor est alors en mesure de confronter ses travaux à l’expérience et d’en déduire l’énergie fournie par la bombe, information qui elle était alors classée « top secret ». Les militaires américains se sont retrouvés fort embarrassés d’avoir communiqué indirectement une information confidentielle aux scientifiques.

D’autres informations sont toujours classées secret défense, par exemple la valeur de la masse de plutonium utilisée lors de cet essai fait toujours débat, mais on l’estime à environ 5 kg.

Document 2 : Photographies historiques



Boule de gaz formée 25 ms après l’explosion de la bombe



La bombe Gadget partiellement installée sur sa tour pour l’essai Trinity

Document 3 : Principe du raisonnement de Taylor

Si l'étude de Taylor est aussi connue, c'est que le résultat auquel il parvient se trouve très facilement à l'aide d'une simple analyse dimensionnelle du problème. Taylor suppose que le processus d'expansion de la sphère dépend des paramètres suivant : le temps t, l'énergie E dégagée par l'explosion et la masse volumique de l'air ρ. Ainsi le rayon r de la sphère dépend des paramètres t, E et ρ. Il détermine ainsi une loi liant ces différentes grandeurs à une constante multiplicative prêt, pour déterminer des ordres de grandeur. Et grâce à la série d'image de la sphère de gaz Taylor a pu confronter l'expérience à cette loi d'évolution.

Document 4 : Quelques données numériques

La fission d'un noyau de plutonium libère en moyenne 190 MeV

L'électronvolt est une unité d'énergie équivalente à $1{,}6.10^{-19}$ J

L'ordre de grandeur de la masse volumique de l'air est d'environ $1\ \mathrm{kg.m^{-3}}$

Masse d'un noyau de plutonium $^{239}\mathrm{Pu}$: $3{,}9687.10^{-25}$ kg